無限に続く音階（シェパードトーン）

2003/6/8 平野拓一（東京工業大学）

1. はじめに

ピアノの鍵盤などをドレミファソラシド・・・と弾けば音の高さはどんどん高くなり、そのうちそれ以上高い音を出せなくなってしまう。ところが、オランダの版画家**エッシャー**(1898～1972 年)が描いた**無限階段**のように数個の音で無限に音が高くなり続けるように知覚的に感じる音階を作ることができる。それは考案者 R.N. Shepard の名前を取って**シェパードトーン(Shepard Tone)**あるいは**シェパードの無限音階**と呼ばれる[1] (pp.127-129)。

2. 無限に続く音階（シェパードトーン）

2.1 音の高さの音色による違い（倍音スペクトル）

無限音階は倍音スペクトルを巧みに操って実現している。人間が感じる音の高さ（ピッチ）は、ある音色において基音の周波数（基本周波数）とほぼ対応する。例えば、ピアノ、バイオリンのように楽器の種類が違って音色が違っていても基音の周波数が同じならば同じ高さの音として認識する。今の議論は大体正しいが、実は厳密にはそうではない。実際にはたとえ基音の周波数が同じでも音色によって多少異なり、ある音色は高い音に聞こえたり、他の音色は低い音に聞こえたりする。一般に、倍音のスペクトル分布がそれを決定し、高次の倍音スペクトルが強い場合は高い音に感じ、あまり強い倍音を含まない場合は低い音に感じる。よく MIDI 音源マニアの間では「ヤマハの音源はローランドの音源に比べて明るい音がする」と言われたりするが（だからと言ってどちらが良いという問題ではない。それは個人の好みの問題である)、これはヤマハの音源が PCM 録音した楽器がより強い倍音を含んでいることを意味する。音色が強い倍音を含む場合の特徴や言い方も様々であるが、それを表 1 にまとめてみた。フーリエ級数の理論から、高周波を多く含むほど時間領域で急激な変化をするので（伸縮律）倍音が強い音色ほど時間波形は急激な変化をする。

表 1 音色の倍音スペクトルによる違い

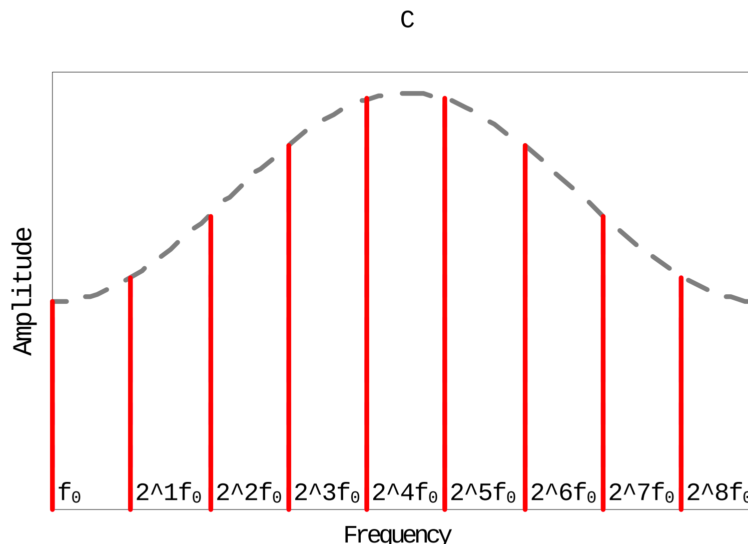
倍音が強い	倍音をあまり含まない
基本周波数が同じでも高い音に感じる	基本周波数が同じでも低い音に感じる
明るい音に感じる	暗い音に感じる
甲高い音に感じる	落ち着いた音に感じる
角がある音に感じる	丸みがある音に感じる

2.2 シェパードトーン（無限音階）

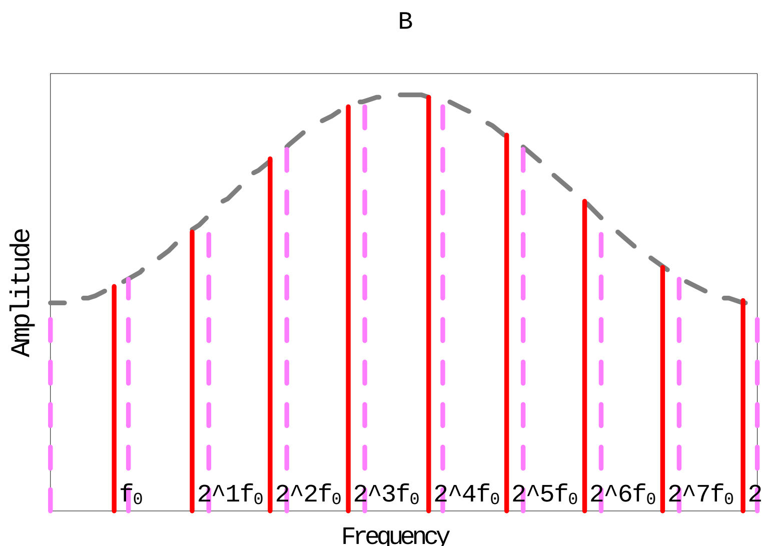
さて、2.1 節の特徴をうまく利用すると無限音階が作れる。ドレミファソラシドと音をならすとき、最後のドが手前のシより基音の周波数が低くても倍音スペクトルを強くしておけば実際には手前のシよりも高い音に感じてしまうのである。

そのしかけは図 1（横軸対数）に示すように低音と高温の倍音を低くおさえ、中音域を強くしたつりがね状のスペクトルにしておき、スペクトルの形は固定したままドからレに全音上がったら基音や倍音もグラフ右に平行移動するのである。図 1(a)はド(C)のスペクトルを示す。普通倍音は整数倍だが、ここでは 2 のべき乗としてある。不思議であるが、2 のべき乗も整数であり、倍音の候補であるから理論的におかしくはない（こうしておかないと音色の変化が激しすぎるから？）。参考として表 2 に基音、倍音の周波数表を示す。そして、図 1(b)はシ(B)のスペクトルを示す。このようにドを基本としてレミファソラシと高い音を作るときはスペクトルの包絡線を固定したまま基音の周波数をグラフ右にシフトしていく（はみ出た倍音はもう用いずに消す）。すると基音の周波数は高くなるが、倍音のスペクトル分布としては低い音が強くなるようになる。このスペクトルの形をうまく調整すればシの音を出した後、低いドの音を出しても基音の周波数は低いが倍音のスペクトルの形をみると高音の倍音を強く含むために音が高くなったように感じるのである。実際にはスペクトルも少しグラフ左側に動かしてより強調した方が効果が顕著にあらわれる（プログラミングで失敗して偶然見つけた）。このようにしてシェパードトーン（無限音階）を作ることができる。

スペクトルの包絡線はつりがね状なら何でも良さそうだが、正弦波の一部を取り出した波形を用いた。



(a) Spectrum for C



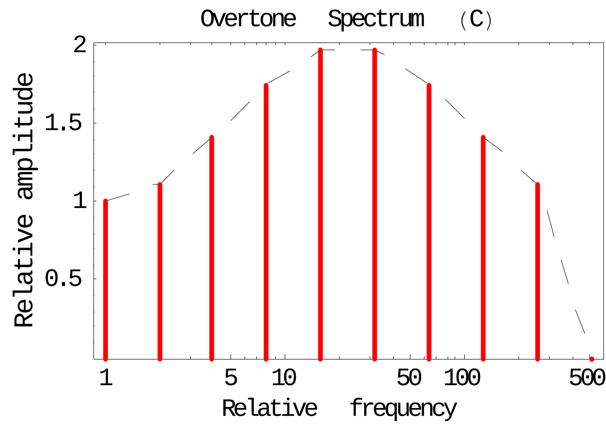
(b) Spectrum for B

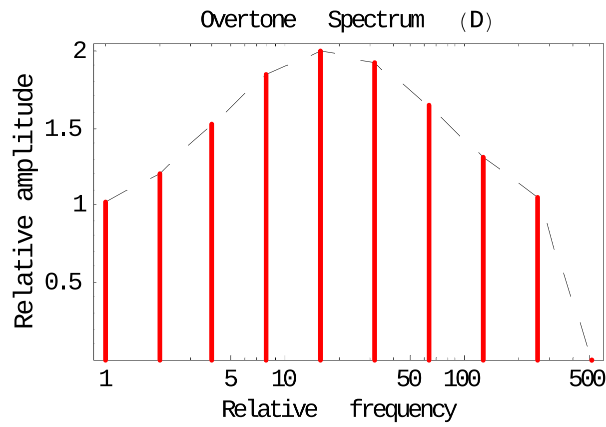
図 1

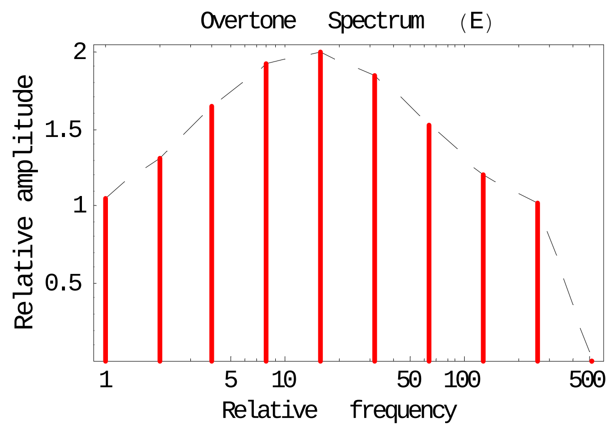
表 2 基音と倍音の周波数表

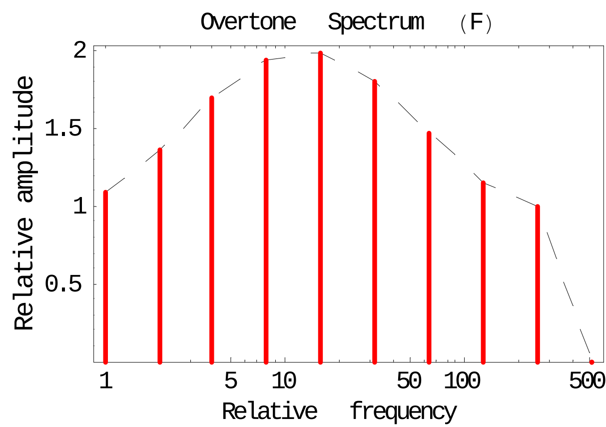
基音･倍音番号 i	C	D	E	F	G	A	B
1(基音)	4.0879	4.58851	5.15043	5.45669	6.12493	6.875	7.71693
2	8.1758	9.17702	10.3009	10.9134	12.2499	13.75	15.4339
3	16.3516	18.354	20.6017	21.8268	24.4997	27.5	30.8677
4	32.7032	36.7081	41.2034	43.6535	48.9994	55.	61.7354
5	65.4064	73.4162	82.4069	87.3071	97.9989	110.	123.471
6	130.813	146.832	164.814	174.614	195.998	220.	246.942
7	261.626	293.665	329.628	349.228	391.995	440.	493.883
8	523.251	587.33	659.255	698.456	783.991	880.	987.767
9	1046.5	1174.66	1318.51	1396.91	1567.98	1760.	1975.53
10	2093.	2349.32	2637.02	2793.83	3135.96	3520.	3951.07

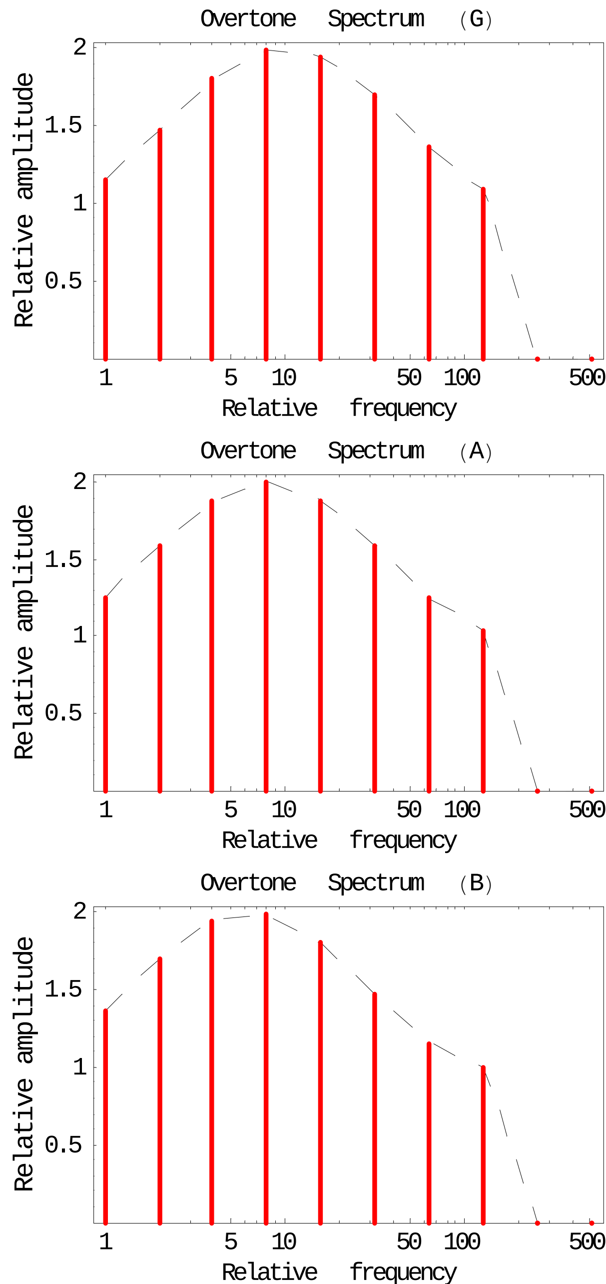
次に書く音名（ドレミファソラシド）の周波数スペクトルを示す。


Overtone Spectrum (C)
Relative amplitude
2
1.5
1
0.5
1
5
10
50
100
500
Relative frequency


Overtone Spectrum (D)
Relative amplitude
2
1.5
1
0.5
1
5
10
50
100
500
Relative frequency


Overtone Spectrum (E)
Relative amplitude
2
1.5
1
0.5
1
5
10
50
100
500
Relative frequency


Overtone Spectrum (F)
Relative amplitude
2
1.5
1
0.5
1
5
10
50
100
500
Relative frequency



3. まとめ

シェパードトーンによる人間の知覚特性から、人間が感じる音の高さ（ピッチ）は基本周波数（基音）だけでなく、倍音の構造（スペクトル分布)、つまり音色にも若干依存することがわかる。

参考文献

[1] 日本音響学会（東倉洋一、赤木正人、阪上公博、鈴木陽一、中村健太郎、山田真司）：
音のなんでも小事典、講談社ブルーバックス、2002 年

[2] Roland SC-88VL 取扱説明書